UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
MESTRADO EM INFORMÁTICA
TEORIA DOS GRAFOS
3^a **Lista de Exercícios – Profa Claudia Boeres**

1. Mostre que se G não possui vértices de grau ímpar, então existem ciclos, $C_1, C2, \ldots, C_m$, com arestas disjuntas, de maneira que $E(G) = E(C_1) \cup E(C_2) \cup \cdots \cup E(C_m)$.

2. Existe um grafo bipartido hamiltoniano com número ímpar de vértices? Caso positivo dê um exemplo, e em caso negativo justifique.

3. A afirmação a seguir é verdadeira ou falsa? Se for verdadeira, prove. Se for falsa, dê um contra-exemplo: Se um grafo bipartido $G = (V, E)$, com bipartição $V = (A, B)$ possui caminho hamiltoniano então $|A| = |B|$.

4. Prove ou dê contra-exemplo: Se um grafo é hamiltoniano então ele não contém articulações. Uma articulação é um vértice que ao ser retirado do grafo o desconecta.

5. Considere o grafo da Figura 1 e responda:

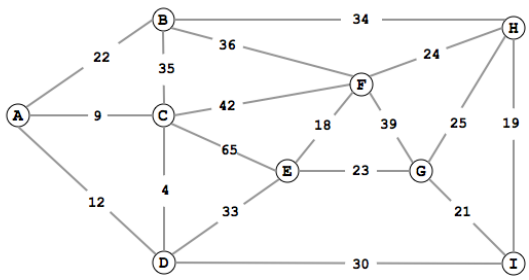

Figure 1: Grafo valorado G

   (a) Determine a distância $d(v, w)$ entre cada par de vértice v e w do grafo abaixo. A distância é definida como o caminho de menor peso entre os dois vértices. Represente o resultado na forma de uma matriz.

   (b) Qual é a excentricidade de cada vértice do grafo? A excentricidade de um vértice v é definida como $E(v) = \max d(v, w), \forall w \in V$.

   (c) Qual é o raio do grafo? O raio de um grafo é a menor das excentricidades existentes em G.

   (d) Qual é o centro do grafo? O centro é conjunto de vértices com excentricidade mínima.

   (e) Qual é o diâmetro do grafo? O diâmetro de um grafo G é a maior das excentricidades existentes em G.

   (f) Determine quais são os vértices periféricos do grafo. A definição de vértice periférico é todo vértice de G cuja excentricidade é igual ao diâmetro.

(g) Faça um programa que calcule o diâmetro e os vértices periféricos de um grafo. Forneça como entrada o grafo da Figura 1 e verifique se a resposta coincide com as respostas dos dois itens acima.

6. Utilizando o grafo do exercício anterior exiba a árvore que contém os menores caminhos do vértice A para todos os demais vértices do grafo.

7. Por que o algoritmo de Dijkstra não garante resultados corretos para grafos com arestas negativas? Mostre um exemplo que esse problema ocorre.

8. Explique por que grafos com ciclos negativos são particularmente problemáticos para os algoritmos de caminho mínimo.

9. Usando o algoritmo de Dijkstra ache as distância do vértice 1 para todos os outros vértices do grafo. A matriz de distância do grafo é:

$$W = \begin{bmatrix} 0 & - & 4 & 10 & 3 & - & - \\ - & 0 & 1 & 1 & 2 & 11 & 0 \\ - & 9 & 0 & 8 & 3 & 2 & 1 \\ - & 4 & 0 & 0 & 8 & 6 & 3 \\ - & 0 & 1 & 2 & 0 & 3 & 1 \\ - & 1 & 1 & 3 & 2 & 0 & 0 \\ - & 4 & 3 & - & - & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

10. Argumente sobre a otimalidade do algoritmo de Dijkstra.

11. Desenhe:

    (a) um grafo euleriano e hamiltoniano;
    (b) um grafo euleriano e não hamiltoniano;
    (c) um grafo não euleriano e hamiltoniano;
    (d) um grafo não euleriano e não hamiltoniano.