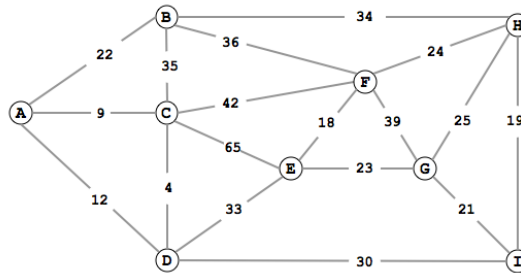


UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO  
MESTRADO EM INFORMÁTICA  
TEORIA DOS GRAFOS  
5ª Lista de Exercícios – 2019-2 – Profa Claudia Boeres

1. Calcule e desenhe a árvore geradora mínima do grafo da Figura 1. Informe o custo desta árvore.



2. Prove que uma aresta pendente (isto é, uma aresta que liga um vértice de grau 1) em um grafo conexo  $G$  é contida em toda árvore geradora de  $G$ .
3. Se dois grafos  $G_1 = (V_1, E_1)$  e  $G_2 = (V_2, E_2)$  são tais que:
- $\Delta(G_1) = \Delta(G_2)$ , onde  $\Delta$  é o maior grau do grafo;
  - $|V_1| = |V_2|$ ;
  - $|E_1| = |E_2|$ ;
  - $K(G_1) = K(G_2)$ ;
  - $K'(G_1) = K'(G_2)$ ;

Então  $G_1$  e  $G_2$  são isomorfos entre si.

4. Indique se é Verdadeiro ou Falso:
- a) Os algoritmos de Kruskal e Prim sempre retornam a mesma árvore geradora de um grafo conexo onde todas as arestas têm pesos diferentes.
- b) Supondo que um grafo possui exatamente duas arestas com o mesmo peso. O algoritmo de Prim retorna a mesma árvore geradora, independentemente de qual aresta foi selecionada?
5. Mostre que em um grafo conexo  $G$ , o complemento de um corte de arestas  $S$  em  $G$  não contém uma árvore geradora e o complemento de uma árvore geradora não contém um corte de arestas.
6. Mostre que em um grafo não separável  $G$ , o conjunto de arestas incidentes a cada vértice de  $G$  é um corte de arestas.
7. Mostre que em uma árvore, qualquer vértice com grau maior que 1 é um corte.
8. Dê exemplo de um grafo com  $K(G) = 3$ ,  $K'(G) = 4$  e  $\delta = 5$ .

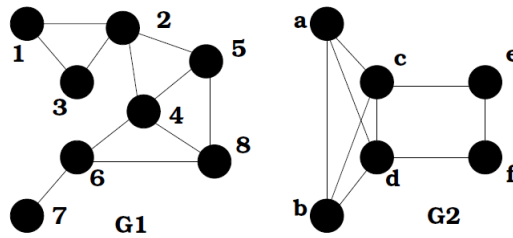


Figura 1: Grafos  $G_1$  e  $G_2$

9. Quantas articulações, pontes e blocos existem nos grafos  $G_1$  e  $G_2$  da Figura 1? Identifique-os nos grafos.
10. Mostre que um grafo  $G = (V, E)$  é biconexo se e somente se cada par de vértices de  $G$  está contido em algum ciclo.
11. Considere o grafo  $G = (V, E)$  da Figura 2:

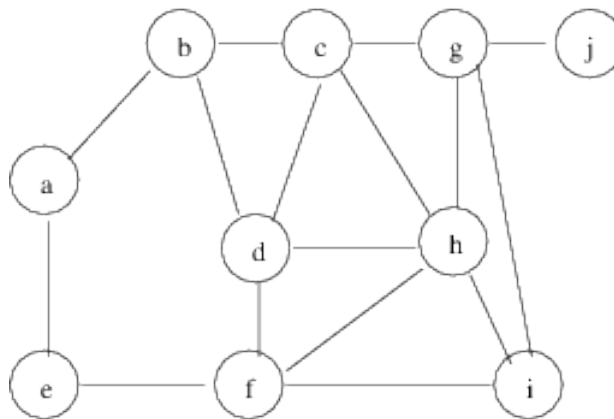


Figura 2: Grafo  $G$

Dê exemplo de:

- a) um corte de arestas de tamanho mínimo.
  - b) um corte de vértices de tamanho mínimo.
  - c) um bloco.
12. Aplique o algoritmo de fluxo máximo no grafo da figura abaixo, considerando o vértice 1 como fonte e o vértice 6 como destino do fluxo. Indique o corte de capacidade mínima no grafo. Os valores entre parentesis correspondem às capacidades dos arcos.

