



Árvores



Árvores

- Grafo Acíclico: não possui ciclos



Árvores

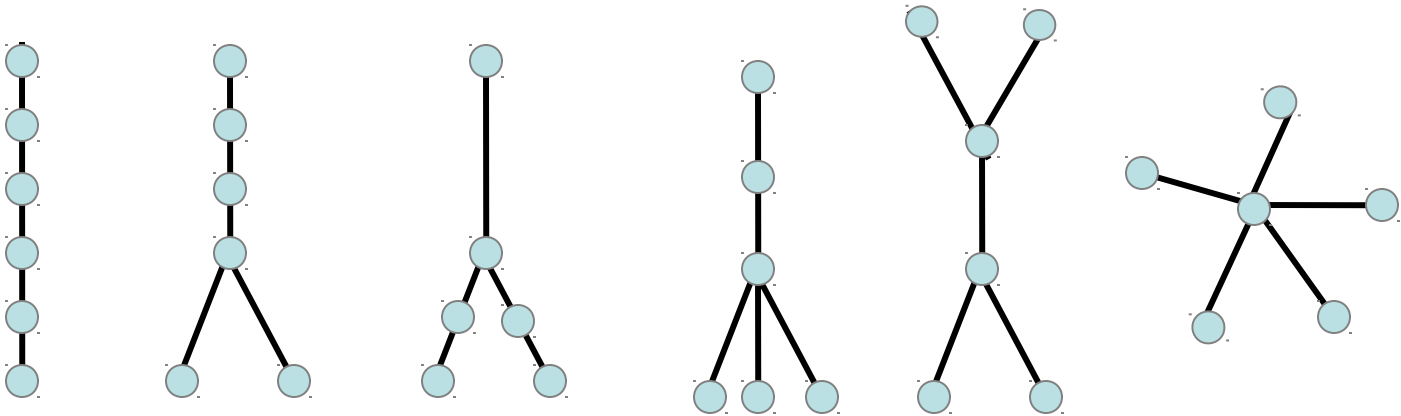
- Grafo Acíclico: não possui ciclos
- Uma árvore é um grafo conexo acíclico



Árvores

- Grafo Acíclico: não possui ciclos
- Uma árvore é um grafo conexo acíclico

Todas as árvores com 6 vértices





Floresta

Um grafo acíclico é também chamado de floresta.



Teorema:

Um grafo T é uma árvore

SSS

existir um único caminho entre cada
par de vértices de T



Prova

- (\Rightarrow) Por contradição!!!
 - T é uma árvore
 - v e w dois vértices quaisquer de T
 - não existe caminho entre v e w ou
 - P1 e P2: dois caminhos-(u,v) distintos
 - » Existem necessariamente dois vértices t_1 e $t_2 \in P_1$ e P_2 tais que entre t_1 e t_2 , P_1 e P_2 são distintos



Prova

- (\Leftarrow) Também por contradição!!!
 - existe um único caminho entre cada par de vértices: T é conexo
 - Sup. T não é acíclico:
 - existe um ciclo C em T
 - seja $\{v,w\}$ uma aresta de C :
 - Dois caminhos entre v e w em T (contradição)



Teorema:

Se T é uma árvore então $m=n-1$

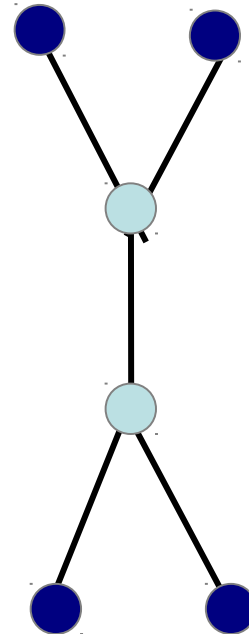
Prova:

- Por indução em n !!!!



Folha de uma árvore

- Uma folha de uma árvore é um vértice v tal que $d(v) = 1$





Teorema

Toda árvore possui
pelo menos duas folhas, $n > 1$.



Teorema:

Um grafo conexo é uma árvore

SSS

toda aresta é uma ponte



Teorema:

O centro de uma árvore possui um ou dois vértices.



Árvore enraizada

- Uma árvore no qual um vértice é destacado dos outros (raíz) é chamada de **árvore com raíz** ou **enraizada**.
- **Nível de uma árvore enraizada**: um vértice v_i é dito estar no nível i da árvore se v_i está a uma distância i da raíz.
- **Altura**: nível máximo da árvore



Teorema:

Toda árvore é um grafo bipartido.

Exercício!!!